

Física I



Guía Didáctica

AUTOR

Ing. Richard Serrano

TUTOR

LIC. EDUARDO DUARTE SUESCÚN

ÍNDICE

ÍTEM	PÁGINA
INTRODUCCIÓN	5
OBJETIVO GENERAL	6
BIBLIOGRAFÍA	6
ORIENTACIONES GENERALES	6
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	7
CONTENIDOS	7
DESARROLLO DEL APRENDIZAJE	9
TEMA 1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES.....	9
TEMA 2. MAGNITUDES BÁSICAS DE LA FÍSICA	10
TEMA 3. CONVERSIÓN DE UNIDADES	12
TEMA 4. NOTACIÓN DE POTENCIAS DE BASE 10	13
TEMA 5. CIFRAS SIGNIFICATIVAS.....	15
TEMA 6. FÓRMULA.....	17
TEMA 7. LAS FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS.....	19
TEMA 8. VECTORES.....	20



Objetivos Generales

- Encontrar una explicación clara y útil a los fenómenos que se presentan en nuestra vida diaria.
- Conocer los principios básicos y leyes fundamentales que rigen la ciencia de la física, así como su aplicación a través de la resolución de problemas.



Bibliografía

TEXTO BÁSICO

PÉREZ M. Héctor, Física General, Tercera Edición, 2006.

TEXTO COMPLEMENTARIO

VALERO, Michel (1991), Física fundamental, Tomo 1, Editorial Norma Bogotá Colombia.



Orientaciones Generales

1. Centrar el estudio en el capítulo y unidad que corresponde, no adelantar las actividades.
2. Hacer una lectura pausada de los temas que corresponden a cada unidad, esto con el fin de que la teoría y contenidos científicos estén claros antes de iniciar los ejercicios prácticos y los de resolución de problemas.
3. Si alguno de los temas teóricos no está lo suficientemente claro, comuníquese con el profesor tutor de la asignatura.
4. Resuelva la mayor cantidad de problemas propuestos, pero sin ocupar demasiado tiempo en ellos, porque recuerde que tiene varios temas por estudiar. En esta guía se sugerirá, por cada capítulo, una cantidad de ejercicios planteados; pero usted puede realizar otros.
5. En el libro, al final de cada unidad, encontrará un resumen y una autoevaluación de la unidad, responda las preguntas que hacen referencia a los temas de estudio.
6. Comuníquese, por lo menos, una vez por semana con su profesor tutor.
7. Participe activamente del Entorno Virtual de Aprendizaje.
8. Entregue las Evaluaciones a Distancia dentro de los plazos establecidos para cada bimestre, teniendo presente que la calidad tanto en el contenido como en la presentación son fundamentales.
9. Realice esquemas, gráficas, cuadros sinópticos y resúmenes de los temas.
10. Organice adecuadamente el tiempo y no deje la ejecución de las tareas, actividades o estudio para los últimos instantes.
11. No copiar la solución de las actividades de evaluaciones a distancia. Se sancionará aquellos aportes con la calificación de cero.

PRIMERA SESIÓN

Objetivos Específicos

- Encontrar una explicación clara y útil a los fenómenos que se presentan en nuestra vida diaria.
- Comprender con claridad las definiciones de Física, magnitud, medición y unidad de medida.
- Aplicar las normas del SI en la correcta escritura de magnitudes, notación científica (de base 10) y el manejo de cifras significativas.
- Representar correctamente las funciones en el plano cartesiano.
- Resolver problemas de aplicación de las operaciones elementales con vectores.
- Conocer los principios físicos básicos sobre los que se fundamenta la Física.
- Estudiar los tipos de movimiento que existen en la naturaleza y las leyes que los gobiernan.
- Estudiar la Estática y Dinámica de los cuerpos.



Contenidos

TEMA 1. *CONCEPTOS FUNDAMENTALES*

- 1.1. ¿Qué estudia la física?
- 1.2. División de la física

TEMA 2. *MAGNITUDES BÁSICAS DE LA FÍSICA*

- 2.1. Magnitudes fundamentales y derivadas.

TEMA 3. *CONVERSIÓN DE UNIDADES*



TEMA 4. *NOTACIÓN DE POTENCIAS DE BASE 10*

TEMA 5. *CIFRAS SIGNIFICATIVAS*

- 5.1. Operaciones con cifras significativas (Adición y Sustracción)

TEMA 6. *FORMULA*

- 6.1. Qué es una fórmula
- 6.2. Qué es despejar una fórmula

TEMA 7. *LAS FUNCIONES Y SUS GRAFICAS*

TEMA 8. *VECTORES*

- 8.1. Perpendicularidad de vectores
- 8.2. Operaciones con vectores



Desarrollo del Aprendizaje

Para el inicio del estudio de esta asignatura, es necesario conocer algunos conceptos que se usarán en el transcurso del semestre.

Esta primera unidad le permitirá conocer los primeros inicios de lo que hoy conocemos como la ciencia FÍSICA. Aquí algunas interrogantes:

- *¿Por qué el nombre de Física?*, esta palabra proviene de un vocablo griego *physique* que significa **naturaleza**, Física es, por tanto, el estudio de la naturaleza.
- *¿Cuándo se inicia la Física?*, se inicia en el momento mismo en que el Hombre se pregunta por el mundo que le rodea; se inicia cuando el Hombre busca satisfacer su *curiosidad*.
- *¿Para qué la Física?*, la Física como ciencia ha servido para *descubrir las leyes* con las cuales el mundo, y por tanto el Hombre, se desarrolla.
- *¿Es la Física una ciencia?*, un saber adquiere el carácter de ciencia cuando, para su demostración, se utiliza un *método científico*.

TEMA 1: CONCEPTOS FUNDAMENTALES

¿QUÉ ESTUDIA LA FÍSICA?

La física abarca el estudio de múltiples fenómenos naturales; sin embargo, podemos decir que es la ciencia que se encarga de estudiar los fenómenos naturales, en los cuales no hay cambios en la composición de la materia, por esto se la conocía con el nombre de filosofía natural.

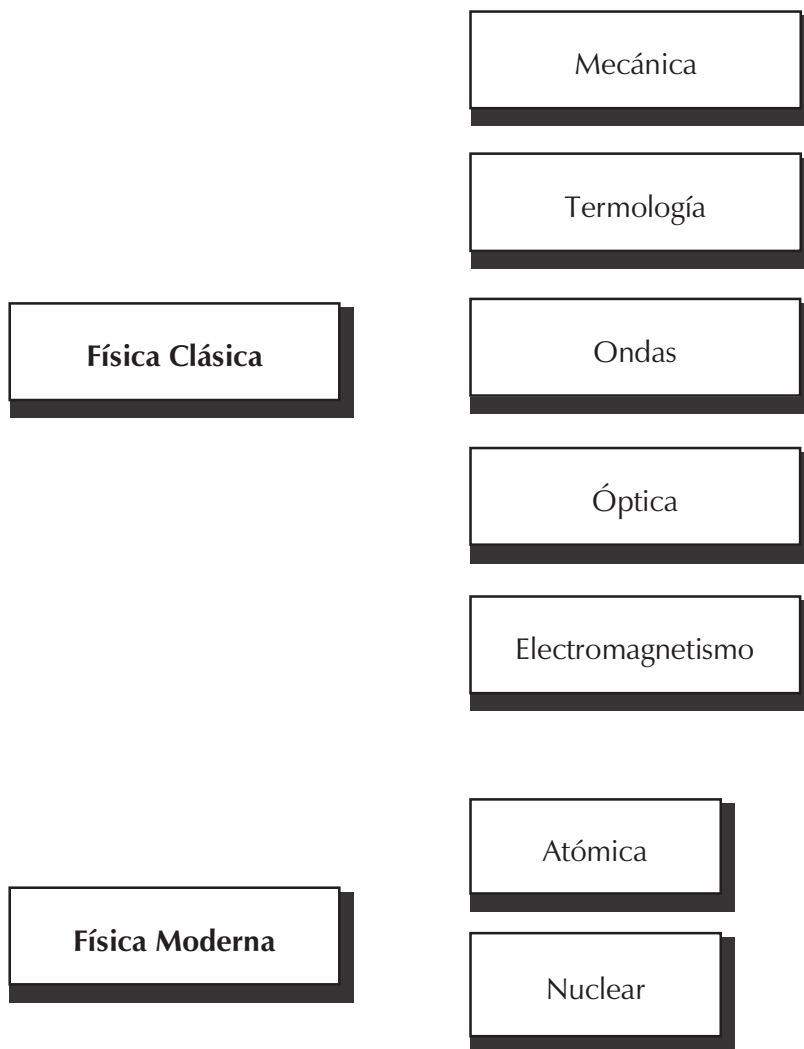
No es fácil definir en forma clara y en pocas palabras a los fenómenos físicos. Usted se dará cuenta que sí es posible explorar una gran variedad de fenómenos partiendo de principios básicos que serán aplicados en la resolución de problemas.

DIVISIÓN DE LA FÍSICA

La Física para su estudio, se divide en dos grandes grupos:

Física Clásica y Física Moderna. La primera estudia todos aquellos fenómenos en los cuales la velocidad es muy pequeña comparada con la velocidad de propagación de la luz; la segunda se encarga de todos aquellos fenómenos producidos a la velocidad de la luz o con valores cercanos a ella.

Fig. 1.1. División de la Física para su estudio.



SUGERENCIA: Puede usted consultar a más de su texto básico, cualquier texto de física general, esto le permitirá ampliar el horizonte respecto a la fundamentación de los conceptos.

TEMA 2: MAGNITUDES BÁSICAS DE LA FÍSICA

En la unidad anterior conocimos un poco más de lo que es la ciencia llamada Física, y nos dimos cuenta que se trata del estudio de los fenómenos que suceden en la naturaleza. Algunos ejemplos de fenómenos físicos son: el movimiento de un vehículo por una calle; el despegue de un avión; el lanzamiento de un balón; el movimiento de un barco en el mar, etc. Ahora que puedo distinguir algunos tipos de fenómenos, surge la pregunta ¿cómo los cuantifico?, en otras palabras ¿qué velocidad adquiere el vehículo al desplazarse por la calle? ¿qué fuerza de impulso necesita el avión para despegar? ¿qué distancia alcanzará el balón que he lanzado? ¿qué cantidad de agua desplaza un barco al flotar sobre el mar?

Para responder este tipo de preguntas, es necesario **medir**, los conceptos de lo qué es *magnitud*, *medir* y *unidad de medida*, así como el desarrollo histórico de los sistemas de unidades, están desde la pág. 23 a la pág. 25 del texto guía. A primera vista observamos que son varios cuadros y a lo mejor puede confundirnos. Usted céntrese en el Sistema Internacional de medidas.

Cuando uno se acerca a alguna ferretería a comprar una herramienta, o cuando se va al mercado, decimos o escuchamos frases como las siguientes:

- ¿tiene clavos de 3 pulgadas?
- ¿me vende 2 libras de papas?
- la pintura, ¿la vende por litros o por galones?
- La baldosa mide 25 centímetros cuadrados.

MAGNITUD	EQUIVALENCIA
1Km	10Hm=100Dm=1000m
1m	10dm =100cm=1000mm
1 Angstrom	1 A° = 10 ⁻⁸ cm = 10 ⁻¹⁰ m
1Micra	1μ=10 ⁻⁶ m
1 vara	3 pies = 36 pulgadas
1 yarda	3 pies = 36 pulgadas
1 m	3,2808 pies = 39,37 pulgadas
1 cm	0,0328 pies = 0,393 7 pulgadas
1 pulgada	2,54 cm = 0,0254 m
1 pié	12 pulgadas = 30,48 cm = 30 cm aprox.
1 galón	3,785 litros
1 litro	1 kg = 1 000 cm ³ = 1 dm ³ .
1 milla inglesa (terrestre)	1609 m
1 mila marina	1852 m
1 nudo	0,5144m/s.
1 hora	60 min = 3600 s
1 tonelada métrica	10 quintales métricos = 1000 kilos
1 tonelada corriente	20 quintales
1 quintal	100 lb=4@
1 área	100m ²

Unidades básicas y sus equivalentes:

1 atmósfera	(atm) 101 325 N/m ²
1 barril	42 galones (0.589873 m ³)
1 braza	6 pies
1 HP (caballo de fuerza)	745,699 W (vatios)
1 caballo de vapor (CV)	735,5 W (vatios)
1 caloría	4,1868 J
1 cuadra	6 987,29 m ² , 83,59 m por lado o sea 100 varas.
1 hectárea (ha)	10 000 m ²
1 legua	5 572,7 m
1 lb (libra)	453, 592 4 g
1 onza	28,34952 g

TEMA 3: CONVERSIÓN DE UNIDADES

En la resolución de problemas, es necesario considerar las unidades de las magnitudes que intervienen en él, éstas deben ser de la misma naturaleza.

EJEMPLOS:

- Convertir 5 km a m

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ Km} & & 1000 \text{ m.} \\ 15 \text{ Km} & \times & \text{m.} \end{array}$$

$$X = \frac{5 \text{ Km} \cdot 1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} = 5000 \text{ m}$$

- Convertir 18 m a cm

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ m} & & 100 \text{ cm.} \\ 18 \text{ m} & \times & \text{cm.} \end{array}$$

$$X = \frac{18 \text{ m} \cdot 100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 1800 \text{ cm}$$

- Convertir 2 horas a segundos

$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ h} & & 3600 \text{ s.} \\ 2 \text{ h} & \times & \text{s} \end{array}$$

$$X = \frac{2 \text{ h} \cdot 3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 7200 \text{ s.}$$

- Convertir $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, relación de mayor a menor

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000\text{m}}{1\text{k}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600\text{s}} \text{ se simplifican km y h, entonces:}$$

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{60 \cdot 1000\text{m}}{3600\text{s}} = 16.67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

TEMA 4: NOTACIÓN DE POTENCIA DE BASE 10

Como en Física se usan números muy grandes o números muy pequeños, es necesario y útil expresar estas cantidades en potencia de 10. Para esto trataremos de recordar las diferentes operaciones que se puede realizar utilizando **la notación en potencia de base 10.**

1. Valores de algunas potencias de 10.

$$10^0 = 1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

$$10^{-1} = 1/10 = 0.1$$

$$10^{-2} = 1/100 = 0.01$$

$$10^{-3} = 1/1000 = 0.001$$

$$10^{-4} = 1/10000 = 0.0001$$

2. Para multiplicar dos potencias de la misma base, se suman los exponentes:

$$a^2 \times a^6 = a^8$$

$$10^8 \times 10^{-5} = 10^{8-5} = 10^3$$

$$10^{-6} \times 10^{-8} = 10^{-6-8} = 10^{-14}$$

$$(4 \times 10^3)(3 \times 10^2) = 12 \times 10^{3+2} = 12 \times 10^5$$

3. Para dividir dos potencias de la misma base, se restan los exponentes:

$$b^5 / b^3 = b^{5-3} = b^2$$

$$(8 \times 10^4) / (2 \times 10^6) = (8 / 2) \times b^{4-6} = 4 \times 10^{-2}$$

4. Cualquier número, o bien es una potencia entera de 10 o bien se puede expresar como producto de 2, siendo uno de ellos una potencia entera de 10.

$$200 = 2 \times 10^2$$

$$0,0437 = 4,37 \times 10^{-2}$$

$$32\,400 = 3,24 \times 10^4$$

$$0,000005 = 5 \times 10^{-6}$$

$$537 = 5,37 \times 10^2$$

$$0,004 = 4 \times 10^{-3}$$

5. Cualquier número elevado al exponente 0 es igual a 1.

$$C^0 = 1$$

$$(4 \times 10)^0 = 1$$

$$10^0 = 1$$

6. Cualquier potencia se puede pasar de numerador al denominador, o viceversa, sin más que cambiar el signo de su exponente.

$$10^{-3} = 1 / 10^3$$

$$3 / 10^{-19} = 3 \times 10^{19}$$

$$2 \times 10^2 = 2 / 10^{-2}$$

7. Para extraer la raíz cuadrada de una potencia se divide el exponente por 2. Si el exponente es impar, se le añade o disminuye en una unidad, ajustando seguidamente el coeficiente. Para extraer la raíz cúbica se divide el exponente por 3. La raíz del coeficiente que afecta a la potencia se calcula independientemente.

TEMA 5: CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Las cifras, que representan una cantidad, se dice que son significativas, cuando se sabe, con seguridad, que son confiables y, por consiguiente, necesarias para expresar la medida de algo. Por ejemplo en la cantidad 12,786 cm hay cinco cifras significativas; en 14,20 hay 4 cifras significativas; en 14,2 hay tres cifras significativas; en 0,00035 hay dos cifras significativas, pues $0,00035 = 3,5 \times 10^{-4}$, que indican que existen tres y medio diezmilésimas. Usted dirá pero 14,20 y 14,2, a menudo se trabajan como si fueran la misma cifra, ¿por qué tienen distinto número de cifras significativas?, pues porque el cero de 14,20 puede ser resultado de una aproximación específica como considerar que la cantidad se dé hasta la centésima o por efectos de un redondeo. Otros ejemplos son:

- a. 0,0058 tiene dos cifras significativas 5 y 8, los ceros no lo son!
- b. 48200 tiene 5 cifras significativas.
- c. 3480016 tiene 7 cifras significativas.

5.1. OPERACIONES CON CIFRAS SIGNIFICATIVAS (ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN)

Generalmente cuando se resuelven problemas de física, química u otros en los que se manejan resultados de medición, los resultados deben expresarse en números o cifras significativas. Para efectuar estas operaciones debemos recurrir al redondeo de datos (aproximación a décimas, centésimas, milésimas, etc.).

Adición y sustracción

a. Partamos del siguiente ejemplo, se desea hallar la suma de:

$$3607.5 + 0.0654 + 76.543 + 525.35.$$

Para efectuar correctamente esta operación, se parte de la siguiente observación: entre las cantidades que aquí intervienen, la cifra 3607.5 es la cantidad que tiene el menor número de cifras significativas en su parte decimal, por lo que, las demás cantidades para su cálculo deberán aproximarse a una sola cifra significativa (redondear a décimas).

A continuación le propondremos la operación en un cuadro que exprese la forma correcta y lo que no debe hacer o forma incorrecta.

FORMA CORRECTA	FORMA INCORRECTA
3607,5	3607,5
0,1	0,0654
76,5	76,543
525,4	525,35
4209,5	4209,4584

b. Reste 238,128 de 12456,38

Se debe redondear a centésimas, porque el menor número de cifras significativas está en el minuendo (12456,38)

$$\begin{array}{r} 12456,38 \\ - \quad 238,13 \quad \text{redondeado a centésimas} \\ \hline 12218,25 \end{array}$$

Nota:

Redondear una cifra es aproximar una cantidad a un número determinado de cifras significativas, según se lo requiera para efectos de una aplicación que se desee o se esté estimando en la evaluación de alguna medida o cantidad particular; así se puede redondear (aproximar) a la unidad entera, décima, centésima, milésima, etc.

EJERCICIO:

Redondear a la cifra entera, décima, centésima, milésima y diezmilésima, cada cifra mostrada en el siguiente cuadro:

Cantidad	Cifra entera	Décima	Centésima	Milésima	Diezmilés.
1,7568.945					
0,0000278					
12.18735					
1,00055					
2,09987					

Se desea hallar el producto de $458,11228 \times 15.43$

- La operación usual sería: $458,11228 \times 15.43 = 7068,67248$
- La operación con cifras significativas, corresponde a:
 $458,\underline{11} \times 15.\underline{43} = 7068,\underline{64}$.

Si queremos hallar el cociente de: $6,66 \text{ m}^2 \div 2,00 \text{ m}$, la operación se la expresa de la siguiente manera:

$$\frac{6,\underline{66} \text{ m}^2}{2,\underline{00} \text{ m}} = 3,\underline{33} \text{ m}$$

TEMA 6: FÓRMULA

6.1 ¿Qué es una Fórmula?

- Al siguiente enunciado: «**el área (A) de un cuadrado es igual al lado (l) elevado al cuadrado**» expresémoslo en lenguaje matemático $A = l^2$, ¡ya tenemos una fórmula!
- En trigonometría el famoso *Teorema de Pitágoras*, su enunciado se lo expresa así:

« **En todo triángulo rectángulo, el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construido sobre sus lados** » y su equivalencia en fórmula es:

$$C^2 = a^2 + b^2$$

Si en física definimos a la aceleración (a) como el incremento de la velocidad

(V - Vo) en cada unidad de tiempo (t), su fórmula es: $a = \frac{V - V_0}{T}$

RECUERDE QUE:



Fórmula es una igualdad entre expresiones algebraicas que expresan un principio, regla o resultado general de carácter matemático, físico, químico o relacionado con cualquier otra ciencia.

Así por ejemplo, las fórmulas:

- $C = 2\pi r$, sirve para calcular la longitud de la circunferencia.
- $V = V_0 + at$, sirve para calcular la velocidad final en el movimiento uniformemente variado.

6.2. ¿Qué es Despejar una Fórmula?

Analicemos la expresión algebraica:

$3x - 2 = x + 6$ se trata de una ecuación algebraica

$3x - x = 6 + 2$ se han transpuesto términos semejantes

$2x = 8$ se han reducido los términos semejantes

$x = 4$ **se ha determinado el valor de la variable**

Recuerde que:



- Despejar una fórmula equivale a resolver una ecuación cuya incógnita es la letra que se desconoce.
- En las fórmulas anteriores, las letras (C, V) que están aisladas en el primer miembro de la ecuación, se dice que están **despejadas**.

EJEMPLOS:

En las fórmulas siguientes, despeje las letras que se solicitan:

$$S = \frac{n}{2} (a + l); \quad \text{despeje } l$$

Se eliminan los denominadores mediante el m. c. m. (m. c. m. = 2).

$$2S = n(a + l)$$

Lo que se desea despejar está en el 2do. miembro, por lo que se cambia el orden a los dos miembros de la ecuación, por la propiedad conmutativa de la multiplicación

$$n(a + l) = 2S$$

Como, l está dentro de los paréntesis, se elimina el signo de agrupación y se resuelve la ecuación:

$$an + nl = 2S$$

$$nl = 2S - an$$

$$l = \frac{2S - an}{n}$$

$$e = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2; \quad \text{despeje } V_0$$

Se cambia el orden a los dos miembros de la igualdad, por estar V_0 en el 2do. miembro.

$$V_0 t + \frac{1}{2} g t^2 = e$$

Se elimina el denominador (m. c. m. = 2).

$$2V_0 t + g t^2 = 2e$$

Se transpone gt^2 al segundo miembro:

$$2Vot = 2e - gt^2$$

Se despeja Vo

$$Vo = \frac{2e - gt^2}{2t}$$

$V = Vo (1 + at)$; despeje t,

$$Vo (1 + at) = V$$

$$Vo + atVo = V$$

$$atVo = V - Vo$$

$$t = \frac{V - Vo}{aVo}$$

$Wf^2 = Wo^2 + 2\alpha\theta$; despejar W

$$Wo^2 + 2\alpha\theta = Wf^2$$

$$Wo^2 = Wf^2 - 2\alpha\theta$$

$$W = \sqrt{Wf^2 - 2\alpha\theta}$$

TEMA7: FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS

Estimado alumno, para estudiar esta unidad, usted debe tener conocimiento de los sistemas de referencia: de una dimensión, dos dimensiones y tres dimensiones.

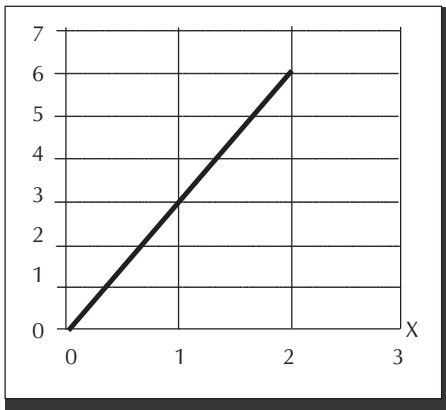
Función: Se dice que una magnitud “y” es función de una magnitud “x” llamada variable, cuando su valor es determinado por el valor de la variable. Se escribe $y = f(x)$.

Ejemplo 1.

Represente gráficamente $y=3x$

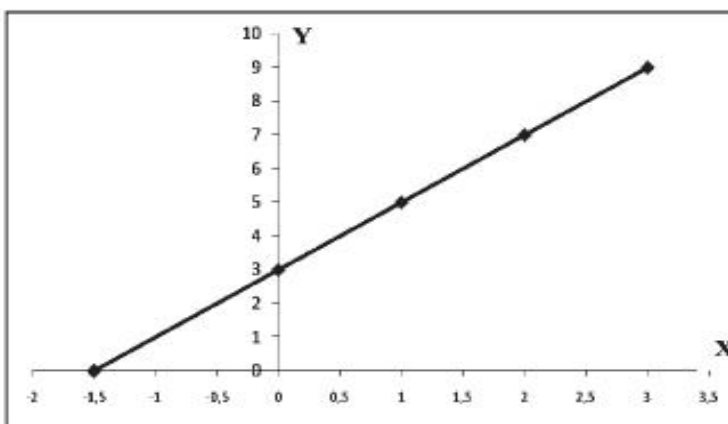
Le damos valores a x. Como es una ecuación de primer grado en x e y.

X	0	1	2
Y	0	3	6



Represente gráficamente $y=2x + 3$

X	0	1	1,5	2	3
Y	3	5	0	7	9



TEMA8: VECTORES

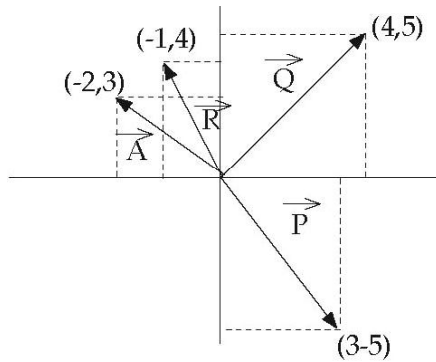
Se llama así a todo segmento de recta dirigido, del plano o del espacio; es decir, todo segmento que tiene un origen específico y una orientación definida. Geométricamente se representa por una flecha como se muestra en los siguientes casos:

Por cuestiones convencionales, un vector se nombra por:

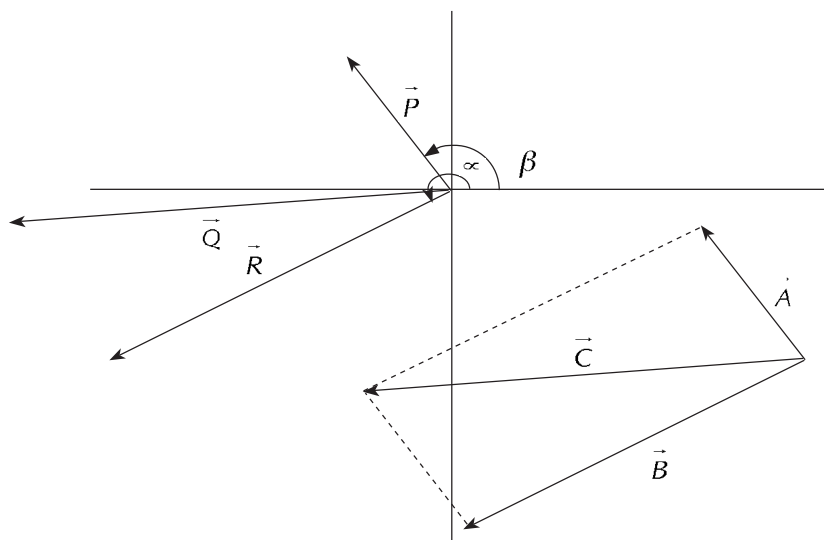
- a. Simbólicamente: \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} adjunto a la flecha representativa
- b. Como par o terna ordenada: (a,b) ; (a,b,c) , etc., que representa un vector cuyo origen coincide con el del sistema de coordenadas y tiene por extremo el punto (a,b) o (a,b,c) , en el sistema bidimensional o tridimensional, respectivamente. El vector que tiene estas características se considera en posición ordinaria.

EJEMPLOS:

$(-2,3)$, $(3,-5)$, $(4,5)$, $(-1,4)$, representan los vectores \vec{A} , \vec{P} , \vec{Q} , \vec{R} de la figura



8.1 PERPENDICULARIDAD DE VECTORES



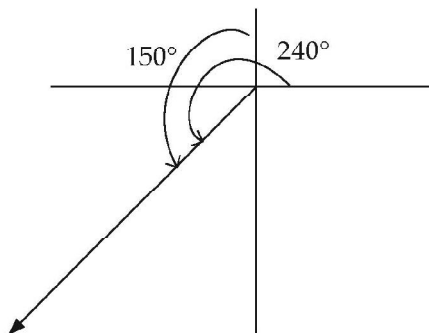
$\angle a - \angle \beta = 90^\circ \rightarrow \vec{A} \perp \vec{B}$ (las direcciones se consideran con respecto de un mismo eje).

$\vec{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \|\vec{c}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 \therefore \|\vec{Q}\|^2 = \|\vec{P}\|^2 + \|\vec{R}\|^2$, en donde P, Q y R son los vectores respectivos en posición ordinaria.

EJEMPLO:

El vector cuya longitud es 5 tiene por ángulos directores 240° y 150° , respectivamente, perteneciendo al IV cuadrante. Determine: a. Las componentes, b. El vector unitario, c. La dirección, d. Las coordenadas de su extremo, e. El vector equipolente de origen (4,5).

Sol.: Sea la figura:



a.
$$\begin{aligned} \|v_x\| &= \|v\| \cdot \cos 240^\circ = 5(-1/2) = -2,5 // \\ \|v_y\| &= \|v\| \cdot \text{Sen} 240^\circ = 5(-\sqrt{3}/2) = -2,5\sqrt{3} // \end{aligned}$$

b.
$$u = \left(\frac{v_x}{v}, \frac{v_y}{v} \right) = \left(-\frac{2,5}{5}, \frac{2,5\sqrt{3}}{5} \right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right) //$$

c. Dirección: $Y' 30^\circ X'$ ó $X' 60^\circ Y'$

d. Coordenadas del extremo: $-\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2}$

e. Vector equipolente: Origen = (-4,5);
extremo = $(-4+(-2,5), 5+(-2,5\sqrt{3})) = (-6,5; 5-2,5\sqrt{3})$

OPERACIONES CON VECTORES

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Suma

Si se tiene los vectores $(a,b) \wedge (c,d)$, del plano:

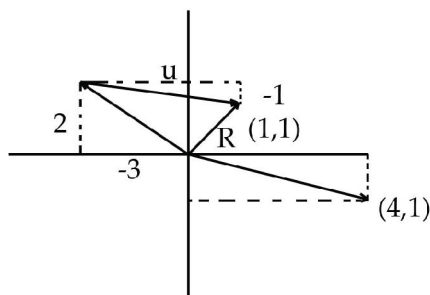
- 1 Se dibuja el primer vector en su posición ordinaria.
- 2 Se construye el equipolente del segundo de tal manera que su origen sea el extremo del primer vector.

- 3 Se une el origen del primer vector con el extremo del equipolente del segundo que es el vector resultante correspondiente a la suma de los (a,b) y (c,d) . Veamos la siguiente explicación:

De esto se observa que el vector resultante es $(a+c, b+d)$ que expresándolo en términos de los que se da, queda: $(a,b) + (c,d) = (a+c, b+d)$.

EJEMPLO:

Sumar $(-3, 2)$ y $(4, -1)$. Gráficamente es el vector $(1,1)$



Analíticamente

$$(-3,2)+(4,-1)=(-3+4,2+(-1)) = (1,1)$$

$$\text{Longitud} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

PROPIEDADES DE LA SUMA DE VECTORES:

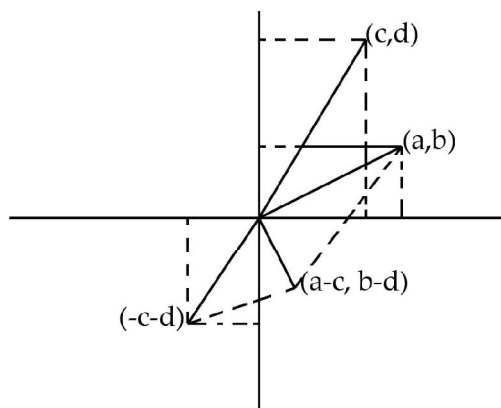
- 1 Clausurativa: $\forall (a,b),(c,d) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, (a,b)+(c,d) = (a+c,b+d) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- 2 Asociativa: $\angle \forall (a,b),(c,d),(e,f) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: [(a,b)+(c,d)]+(e,f) = (a,b)+[(c,d)+(e,f)]$.
- 3 Elemento neutro (modulativa): $\forall (a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \exists ! (0,0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: (a,b)+(0,0) = (0,0)+(a,b) = (a,b)$.
- 4 Elementos simétricos (inverso aditivo): $\forall (a,b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \exists (-a,-b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: (a,b)+(-a,-b) = (-a,-b)+(a,b) = (0,0)$.
- 5 Conmutatividad: $\forall (a,b),(c,d) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}: (a,b)+(c,d) = (c,d)+(a,b)$. Es decir, esta operación vectorial constituye un grupo abeliano

2. Sustracción

Para restar dos vectores se ejecuta lo siguiente

- 1 Se dibuja el vector minuendo en su posición ordinaria.
- 2 Se determina el vector opuesto del vector sustraendo.
3. Se determina el vector equipolente del opuesto con origen el extremo del vector minuendo
4. El vector resultante es el que tiene como origen el del minuendo y como extremo el del equipolente del opuesto al vector sustraendo. Veamos la siguiente explicación:

Sean los $(a,b) \wedge (c,d)$, con los que determinaremos $(a,b) _ (c,d)$:



- 1 Dibujamos (a,b) .
- 2 Determinamos el opuesto del (c,d) : $(-c,-d)$.
- 3 Equipolente del $(-c,-d)$ con origen (a,b) : $(a-c,b-d)$.
- 4 Vector resultante: $(a-c,b-d)$.

EJEMPLO:

Restar del $(-8,7)$ el $(7,3)$:

$$\text{Sol.: } (-8,7)-(7,3) = (-8-7, 7-3) = (-15,4)$$

$$\text{En general: } (a,b)-(c,d) = (a-c,b-d)$$